天文自助游

——关于太阳日与太年阳的几个计算

时间是什么？最直观的表象是昼夜交替、四季更迭。昼夜交替为天，四季更迭为年。昼夜交替的原因是地球自转，四季更迭的原因是黄道面和赤道面有夹角。按照天圆地方的假象，建立天球坐标，可以很精确的定位天体在天空中的位置，天球赤道坐标系统中的赤经、赤纬如同地球上经度、纬度一样。

太阳经过同一经度的时间（指时间间隔）为日，经过同一经度、纬度的时间为年，定义为太阳日、太阳年（回归年）。通过观察竖立细棍在太阳下影子的长短和角度（角度先定义0位置），可以得出太阳在天空中的位置，影子经过同一角度的时间为日，经过同一角度且影子长度相等的时间为年（实际中通过经纬仪测量天体的位置，可以达到很高的精度）。

相似的，某一颗恒星，经过同一经度的时间为日，经过同一经度、纬度的时间为年，定义为恒星日，恒星年。虽然太阳系也在围绕银河系中心公转，但周期长达2.26亿年，短期内可认为恒星位置是“永恒”的。

恒星日为23小时56分4秒，恒星年为365天6小时9分10秒，这个恒星日即是地球自转的周期，恒星年为地球公转的周期。但太阳日时间却并不固定，在24小时-18.1秒～24时+29.9秒的范围内变化，称为视太阳日或真太阳日，太阳年为365天5小时48分46秒。视太阳日与恒星日为什么不相等，还会随时间变化？太阳年与恒星年为什么不相等（两者的差值称为岁差）？

**一、地球的公转**

从北极星方向看，地球的公转与自转均为逆时针方向。假设地球的公转为圆形，地球的自转轴垂直于黄道面，地球自转一周的同时，也会公转一定角度（记为θ，弧度制），正是这个角度导致太阳日比恒星日要长。在太阳达到最高点，开始计时，经过一个恒星日，地球自转了一周，但还没有到达下一个正午，需再转一点角度，才能到达另一个正午，即为一个太阳日。有：

T太阳日=T恒星日•[1+θ/(2π)]

地球做匀速圆周运动，地球公转的角度θ等于地球公转的角速度(记为ω)乘以太阳日，代入求解，有：

T太阳日=1/[1/T恒星日-ω/(2π)]

可以看到太阳日的大小与角速度成正相关，公转速度越快，太阳日也就越长。将地球公转的角速度（2π/T恒星年）代入上式，可以求得大阳日为86399.9秒，几乎正好是24小时，这也是我们定义一天为24小时的原因，即为平太阳日。

实际上地球的公转是椭圆，椭圆的角速度函数比较复杂，但轨道很接近圆形，因此角速度变化很小，可将一点的角速度近似为附近一段时间的平均角速度。查阅地球在近日点、中日点、远日点的角速度，代入计算有地球在这三个点的太阳日长度分别为24小时+8秒、24小时、24小时-8秒。

可以看到椭圆轨道会造成太阳日有8秒的变化，仍与实际值不符，还有其他的原因的造成太阳日长短变化。

**二、黄赤交角**

赤道面与公转面（黄道面）并不共面,黄赤交角为23.43度（记为A），所以太阳的公转会造成太阳直射角的变化，地球才会有四季。在日地系统中，以地球为参考，可以认为太阳在围绕地球公转。仍将问题简化，假定太阳轨道为正圆，太阳在黄道面上公转时，角速度为恒定值（仍记为ω），投影到赤道面上，太阳公转的角速度（记为ω’）还会是恒定值吗？

在黄道面上建立坐标系，设秋分点为0时刻，在t时间内，太阳在黄道面上扫近的角度和赤道面上扫过的角度是不同的，有：

黄道面角度(t)=ωt

天赤道在黄道面上的投影是个椭圆，可以得到：

tan黄道面角度(t)=cosA•tan赤道面角度(t)

求导可以得到，赤道面角速度为：

ω’=[cosA/(cos^2(ωt)+cos^2(A)sin^2(ωt)]ω

可以看到虽然在黄道上，太阳公转角速度为恒定值，但在赤道上角速度并不是恒定值。利用函数画图工具可以直观的看到，赤道面上角速度变化类似于正余弦函数，在两分（春分、秋分）点取得最大值，太阳日最长，在两至（夏至、冬至）点取得最小值，太阳日最短。代入数值可以解得，在秋分点，太阳日为24小时+21秒，在冬至点，太阳日为24小时-20秒。

前文假定日地系统是正圆轨道，在黄道面上角速度为常数，实际是椭圆轨道，此时的黄道面角速度，可根据开普勒第二定律计算。

综上，太阳日长短变化是地球的椭圆公转轨道与黄赤交角的存在共同造成的。实际中两分两至点与近日、中日、远日点并不重合，两种因素并不在同一点取得最值。

前文提到，恒星年与太阳年并不相等，中间的差值哪去了，地球除了自转与公转之外还存在另一种运动。

**三、地球的进动**

通过观察两分两至点时，恒星在天球上的位置，公元前古希腊天文学家就发现并测量了岁差，我国东晋天文学家也做出了类似的发现与测量。以春分点为例，地球公转还未到一周，第二个春分点已经到了。造成岁差的原因是地球的自转轴并不恒定，而是以很长的周期在一个圆锥面上逆时针旋转，这个圆锥的半顶角，正好是黄赤交角。快速旋转的陀螺可以认为旋转轴垂直于地面，当陀螺快停下来时，旋转轴就会绕圆锥面旋转，称为进动。

在地球的历史上，北极并不是一直指向北极星的，而是按两万多年的时间周期性变化。

按前文数据，岁差为1224秒，仍旧假定地球公转为正圆轨道，那么岁差与恒星年的比例，即为春分点每年西移角度与360度的比例，计算为50.266秒（角度制）。

当岁差累积到一个恒星年的时候，地球的进动完成了一个周期：

T进动=T恒星年/(T恒星年-T太阳年)=25783年

在实际中问题仍要复杂得多，春分点西移的角度、黄赤交角都在变化中。

两万年很漫长，但相比动辄以亿年计的天文时间，白驹过隙都不能形容其转瞬即逝。自地球形成起的四十多亿年里，地球时刻不停地自转与围绕太阳公转，见证了人类十万年的进化史、几千年的文明史、几百年的现代科学史。生年不满百，常怀千岁忧，正是这些科学先贤，让我们更真实、更准确的认识自身以及我们生存的世界。

白雪送别于2019年10月30日